прямой (проекция которой на плоскости чертежа есть P) между P' и поверхностью конуса, то

$$y^2 = PM \cdot PM_1 = k \cdot PN \cdot PN_1,$$

а этим свойством мы охарактеризовали выше эллипс или гиперболу.

Планиметрическая теорема, которой здесь пользуется Архимед, предполагается известной; следовательно, ею наверное пользовались и до Архимеда, чтобы вывести свойства конических сечений. Но согласно так называемой теореме *о степени*, о которой речь у нас будет ниже и которую тоже знал Архимед, эта планиметрическая теорема остается в силе даже тогда, когда точки M, N, M_1, N_1 расположены на любом коническом сечении; следовательно, Архимед мог в вышеупомянутом сочинении о поверхностях вращения второго порядка найти абсолютно тем же самым способом плоские сечения этих поверхностей.

Утверждая, что открытие Менехма заключалось, по существу, в трактовке параболы, эллипса и гиперболы, как конических сечений, мы должны были в то же время допустить, что эти кривые были изучены — по крайней мере отчасти — уже раньше, в частности в связи с делосской проблемой, и что исходным пунктом для этих исследований были те свойства, которые в настоящее время мы выражаем с помощью их простейших уравнений. Серьезным подтверждением этой гипотезы является то обстоятельство, что у всех греческих авторов в основе их исследований лежат главные планиметрические свойства этих кривых, а не рассмотрение их как конических сечений; гипотеза эта, кроме того, объясняет еще и тот факт, что теория конических сечений могла развиться у греков с той быстротой, с которой, как мы знаем, это произошло вскоре после Менехма.

Интерес к этой теории должен был возрасти, когда увидели, что конические сечения можно применить не только к построению двух средних пропорциональных, как у Менехма, но и к решению многочисленных других задач, которые тщетно пытались решить с помощью линейки и циркуля. С этой целью приходилось рассматривать конические сечения как геометрические места, *пространственные места*, по тогдашнему выражению.

Само название древнейшего цитируемого труда о конических сечениях: „Пространственные места“, свидетельствует о том значении, какое придавали этому приложению конических сечений. Автором этой утерянной для нас книги был Аристей, несколько старший современник Эвклида. Что название ее имело особенное значение и не было просто наименованием общей теории конических сечений, это ясно видно из того, что появившиеся вскоре затем книги Эвклида о конических сечениях должны были не заменить, а дополнить „Пространственные места“ Аристея. Трудом Аристея продолжали пользоваться даже тогда, когда появились „Конические сечения“ Аполлония, окончательно вытеснившие книги Эвклида на эту тему.